



I. IDENTIFICACIÓN

Nombre Asignatura: **TOPOLOGÍA**

Código: **390162** Tipo de Curso: **Obligatorio X** **Electivo**

Programa **Magíster en Matemáticas con Menciones** Facultad: **Ciencias**

Nº Créditos **8** Total de horas cronológicas: **240** Año/semestre: **1/1**
SCT: Total de horas pedagógicas: **360**

Horas presenciales: **108** Horas trabajo autónomo: **252**

II. DESCRIPCIÓN Relación de la asignatura con el perfil del graduado

Topología es una actividad curricular, de carácter obligatoria de naturaleza teórica, ubicada en el primer semestre del primer año. Su propósito es desarrollar la abstracción necesaria para utilizar teoremas generales propios del área a problemas aplicados de diversas líneas matemáticas, tales como Ecuaciones Diferenciales, Sistemas Dinámicos, Análisis Funcional y Ecuaciones en derivadas parciales. Al finalizar la asignatura el graduado estará habilitado para aplicar conceptos y resultados de la Topología usando una estructura matemática rigurosa para resolver problemas diversos de la especialidad.

Este curso contribuirá a las siguientes competencias del Perfil del graduado/a:

C 1: Demostrar conocimiento teórico y práctico avanzado en Ciencia Matemática, para adaptar o aplicar modelos matemáticos tendientes a resolver problemas de naturaleza disciplinar o interdisciplinar.



III. Resultados de Aprendizaje.

| Resultados de Aprendizaje (RA) | Contenidos | Metodología | Sistema de Evaluación | Tiempo Presencial (Hrs) | Tiempo Autónomo (Hrs) |
|---|---|---|---|-------------------------|-----------------------|
| <p>RA1:</p> <p>Utiliza el lenguaje básico de la topología y sus teoremas al entendimiento y resolución de problemas matemáticos relativos al área.</p> | <p>Conceptuales:</p> <p>-Definiciones elementales de:</p> <p>-Conjunto, operaciones entre conjuntos.</p> <p>-Producto cartesiano,</p> <p>-Relaciones y funciones.</p> <p>-Cardinalidad de conjuntos, numerabilidad.</p> <p>-Lema de Zorn y Axioma de Elección.</p> <p>-Relación de Orden, conjuntos Bien ordenados.</p> <p>-Definición de Espacio Topológico, bases y sub-base</p> <p>-Ejemplos de espacios topológicos:</p> <p>-Topología del Orden,</p> <p>-Espacios métricos y pseudométricos.</p> <p>-Subespacios topológicos.</p> | <p>-Clases expositivas.</p> <p>-Discusión socializada.</p> <p>-Trabajo colaborativo</p> <p>-Resolución de problemas(Tareas, Guías), Investigación bibliográfica</p> | <p>Criterios:</p> <p>-Desarrolla las nociones elementales de teoría de conjunto, tales como operatoria de conjuntos, producto cartesiano, cardinalidad de conjuntos, numerabilidad.</p> <p>-Identifica los conceptos de Espacio Topológico, bases y sub-base,</p> <p>-Demuestra dominio de ejemplos de espacios topológicos tales como:</p> <p>Topología del orden, espacios métricos y pseudométricos.</p> <p>-Subespacios topológicos.</p> | 36 | 84 |



| | | | |
|---|--|--|--|
| <p>-Funciones continuas</p> <p>-Topologías en espacios producto: Topología Cociente, Topología débil.</p> <p><u>Procedimentales:</u></p> <p>-Desarrollo de nociones elementales de teoría de conjunto, tales como operatoria de conjuntos, producto cartesiano, cardinalidad de conjuntos, numerabilidad.</p> <p>-Identificación de conceptos de Espacio Topológico, bases y sub-base,</p> <p>-Análisis de ejemplos de espacios topológicos tales como:</p> <p>-Topología del orden, espacios métricos y pseudométricos.</p> <p>-Subespacios topológicos.</p> <p>-Funciones continuas</p> <p>-Topologías en espacios producto:</p> | <p>-Desarrolla los conceptos de Funciones continuas, topologías en espacios producto: Topología Cociente, Topología débil.</p> <p>A través de :</p> <p>-Tareas</p> <p>-Exposiciones</p> <p>-Evaluaciones Escritas</p> <p>35%</p> | | |
|---|--|--|--|



| | | | | | |
|---|---|---|---|----|----|
| | <p>Topología Cociente, Topología débil.</p> <p><u>Actitudinales:</u></p> <p>-Disposición al trabajo colaborativos en instancias de discusión sobre tópicos abordados.</p> <p>-Actitud ética frente al uso de información y manejo de datos.</p> | | | | |
| <p>RA 2: Aplica los teoremas relativos a Compacidad y conexidad para resolver problemas topológicos y del análisis matemático.</p> | <p><u>Conceptuales:</u></p> <p>-Compacidad y conexidad</p> <p>-Espacios Conexos y Conexos por caminos</p> <p>-Conexidad local y componentes conexas</p> <p>-Espacios Compactos,</p> <p>-Compacidad en R^n</p> <p>-Compacidad secuencial</p> <p><u>Procedimentales:</u></p> <p>-Desarrollo de los conceptos de Espacios Conexos y Conexos por caminos, Conexidad local y componentes conexas.</p> | <p>-Clases expositivas.</p> <p>-Discusión socializada.</p> <p>-Trabajo colaborativo</p> <p>-Resolución de problemas (Tareas, Guías),</p> <p>-Investigación bibliográfica.</p> | <p>-Desarrolla los conceptos de Espacios Conexos y Conexos por caminos, Conexidad local y componentes conexas</p> <p>-Aplica y/o adapta Resultados sobre continuidad en espacios conexos a la resolución de problemas</p> <p>-Aplica y/o adapta Resultados sobre continuidad en espacios compactos a la resolución de problemas</p> | 36 | 84 |



| | | | | | |
|---|---|---|--|----|----|
| | <p>-Aplicación de Resultados sobre continuidad en espacios conexos a la resolución de problemas</p> <p>-Aplicar Resultados sobre continuidad en espacios compactos a la resolución de problemas</p> <p>-Desarrollar los conceptos de Compacidad secuencial</p> <p>Actitudinales:</p> <p>-Disposición al trabajo colaborativos en instancias de discusión sobre tópicos abordados.</p> <p>- Actitud ética frente al uso de información y manejo de datos.</p> | | <p>-Desarrolla los conceptos de Compacidad secuencial</p> <p>A través de :</p> <p>-Tarea</p> <p>-Exposiciones</p> <p>-Evaluaciones Escritas</p> <p>30%</p> | | |
| <p>RA3: Aplica los conceptos y axiomas de separación y numerabilidad en espacios topológicos, compacidad y convergencia en espacios de funciones, para resolver problemas relativos a la</p> | <p>Conceptuales:</p> <p>-Axiomas de Numerabilidad, de Separabilidad y Espacios de funciones.</p> <p>-Axiomas de Separabilidad.</p> <p>-Axiomas de Numerabilidad.</p> | <p>-Clases expositivas.</p> <p>-Discusión socializada.</p> <p>-Trabajo colaborativo.</p> <p>-Resolución de problemas(Tareas, Guías), - Investigación bibliográfica.</p> | <p>-Identifica propiedades de Separabilidad y Numerabilidad de espacios topológicos argumentando rigurosamente sus resultados.</p> <p>-Aplica herramientas tales como el Lema de</p> | 36 | 84 |



| | | | | | |
|--|--|--|---|--|--|
| <p>topología y el análisis matemático.</p> | <p>-Lema de Uryson, Teorema de extensión de Tietze.</p> <p>-Equicontinuidad y Teorema de Arcela-Ascoli.</p> <p><u>Procedimentales:</u></p> <p>-Identificación de propiedades de Separabilidad y Numerabilidad de espacios topológicos argumentando rigurosamente sus resultados.</p> <p>-Aplicación de herramientas tales como el Lema de Uryson para demostrar el Teorema de extensión de Tietze.</p> <p>-Aplicación del teorema de Arcela-Ascoli para resolver problemas relativos al análisis matemático y la topología.</p> <p><u>Actitudinales:</u></p> <p>-Disposición al trabajo colaborativos en instancias de discusión sobre tópicos abordados.</p> <p>-Actitud ética frente al uso de información y</p> | | <p>Uryson para demostrar el Teorema de extensión de Tietze.</p> <p>-Aplica el teorema de Arcela-Ascoli para resolver problemas relativos al análisis matemático y la topología</p> <p>A través de:</p> <p>-Tareas</p> <p>Exposiciones</p> <p>Evaluaciones Escritas</p> <p>30%</p> | | |
|--|--|--|---|--|--|



| | | | | | |
|--|------------------|--|--|--|--|
| | manejo de datos. | | | | |
|--|------------------|--|--|--|--|

IV. BIBLIOGRAFÍA

Fundamental:

1. Lima, E. Elementos de Topologia Geral, 3ª edición, 2014 Sociedad Brasileira de Matematicas.
2. Munkres J. Topology, 2 edition (2015) Ed Prentice Hall Inc.
3. Croom, F. Principles of Topology Reprint edition 2016 Dover Publications.

Complementaria:

1. Willard S., General Topology, 2004, Ed. Dover Publications, Fourth edition.
2. Armstrong M.A., Basic Topology, 2010, Ed. Springer-Verlag New York, Second edition



I. IDENTIFICACIÓN

Nombre Asignatura:

PROBABILIDAD INTERMEDIA

Código:

Tipo de Curso:

Obligatorio

Electivo

Programa

Magíster en Matemáticas con Menciones

Facultad:

Ciencias

Nº Créditos

8

Total de horas cronológicas:

240

Año/

1/1

SCT:

Total de horas pedagógicas:

360

semestre:

Horas presenciales:

108

Horas trabajo autónomo:

252

II. DESCRIPCIÓN Relación de la asignatura con el perfil del graduado

Probabilidad Intermediaria es una actividad curricular, de carácter obligatoria de naturaleza teórica, ubicada en el primer semestre del primer año. Su propósito es Interpretar principios teóricos y prácticos en ciencia matemática que permitan comprender modelos teóricos de naturaleza probabilística. Al finalizar el curso el estudiante será capaz de analizar conceptos y resultados de la Teoría de la Probabilidad usando una estructura matemática rigurosa que la ofrece la Teoría de la Medida e Integración, para el apoyo a la toma de decisiones y construcción de modelos en áreas disciplinares.

Este curso contribuirá a las siguientes competencias del Perfil del graduado/a:

C1: Demostrar conocimiento teórico y práctico avanzado en Ciencia Matemática, para adaptar o aplicar modelos matemáticos tendientes a resolver problemas de naturaleza disciplinar o interdisciplinar.



III. Resultados de Aprendizaje.

| Resultados de Aprendizaje (RA) | Contenidos | Metodología | Sistema de Evaluación | Hora Presencial (Hrs) | Hora Auton. (Hrs) |
|---|--|---|---|-----------------------|-------------------|
| <p>RA1: Analiza conceptos y resultados de la teoría de la medida asociados con modelación y resolución de problemas teóricos en espacios medibles.</p> | <p>Conceptuales:</p> <p>-Medidas: Clases de conjuntos. Medidas. Teorema de extensión de Caratheodory y Lebesgue-Stieltjes. Completitud de medidas.</p> <p>-Integración: Transformaciones medibles. Medidas inducidas, funciones de distribución. Integración (Teorema de Convergencia Monótona. Lema de Fatou. Teorema de Convergencia Dominada). Integral de Riemann y Lebesgue.</p> <p>-Espacios: Desigualdades de Markov, Chebychev, Cramer, Jensen, Hölder, Cauchy-Schwarz y Minkowski. Espacios (propiedades básicas y espacios duales).</p> <p>-Diferenciación: Teorema de Radon-Nikodym. Funciones</p> | <p>-Clases expositivas.</p> <p>-Resolución de ejercicios, guías de actividad y problemas contextualizados.</p> <p>-Discusiones colectivas sobre elementos de la teoría de la medida</p> | <p>Criterios:</p> <p>-Utiliza en los análisis principios teóricos de la teoría de la medida.</p> <p>-Analiza distintos modelos teóricos en espacios medibles, así como elementos de diferenciación e integración.</p> <p>-Aporta con argumentos en las discusiones grupales sobre tópicos de teoría de la medida y probabilidad.</p> <p>-Reconoce la importancia de conceptos de teoría de la medida en la construcción de elementos de probabilidad.</p> <p>A través de:</p> <p>-Test</p> <p>-Guías de trabajo</p> <p>20%</p> | 14 | 40 |



| | | | | |
|---|--|--|--|--|
| <p>de variación acotada. Funciones absolutamente continuas en. Distribuciones singulares.</p> <p><u>Procedimentales:</u></p> <p>-Análisis de conceptos de teoría de la medida, espacios medibles, integración y diferenciación.</p> <p>-Interpretación y análisis de Teorema de Convergencia Monótona. Lema de Fatou. Teorema de Convergencia Dominada.</p> <p>-Resolución de problemas en contextos de espacios medibles.</p> <p>-Importancia en la construcción de conceptos de teoría de la medida en elementos de probabilidad.</p> <p><u>Actitudinales</u></p> <p>-Disposición al trabajo colaborativos en instancias de discusión sobre tópicos abordados.</p> <p>-Importancia de conceptos de teoría</p> | | | | |
|---|--|--|--|--|



| | | | | | |
|--|---|--|--|--|--|
| | <p>de la medida en elementos de probabilidad la construcción de elementos de probabilidad. -Actitud ética frente al uso de información y manejo de datos.</p> | | | | |
|--|---|--|--|--|--|



| | | | | | |
|--|---|--|---|-----------|-----------|
| <p>RA 2: Aplica la Teoría de Medida y Probabilidad, para construir técnicas y métodos estadísticos.</p> | <p>Conceptuales:</p> <ul style="list-style-type: none">-Espacios de probabilidad: Modelo de probabilidad de Kolmogorov. Variables aleatorias y vectores aleatorios. Teorema de consistencia de Kolmogorov.-Independencia: Eventos independientes y variables aleatorias. Lemas de Borel-Cantelli, la σ-álgebra y la ley cero-uno de Kolmogorov.-Leyes de los grandes números: Leyes débiles de los grandes números. Leyes fuertes de los grandes números. Series de variables aleatorias independientes. Leyes fuertes de los grandes números de Kolmogorov y de Marcinkiewz-Zygmund. <p>Procedimentales:</p> <ul style="list-style-type: none">-Aplicación de conceptos de modelos de probabilidad, variables aleatorias y teoremas de consistencia de Kolmogorov. | <ul style="list-style-type: none">-Clases expositivas.-Resolución de ejercicios y problemas.-Discusión grupal de paper y documentos científicos. | <ul style="list-style-type: none">-Analiza elementos en espacios de probabilidad, construyendo además variables aleatorias.-Interpreta la independencia de eventos y variables aleatorias en contextos de modelación de fenómenos.-Utiliza con precisión ideas sobre la convergencia de variables aleatorias, así como los teoremas relacionados.-Analiza paper sobre elementos de probabilidad, exponiendo y discutiendo las ideas principales.-Discuten paper sobre elementos de probabilidad, demostrando disposición al trabajo colaborativo. <p>A través de:</p> <ul style="list-style-type: none">-Test-Presentación | <p>25</p> | <p>68</p> |
|--|---|--|---|-----------|-----------|



| | | | | | |
|--|---|--|--|--|--|
| | <p>-Interpretación de independencia de eventos y variables aleatoria.</p> <p>-Interpretación de las leyes fuerte y débil de los grandes números.</p> <p><u>Actitudinales:</u></p> <p>-Disposición al trabajo colaborativos en instancias de discusión sobre tópicos abordados.</p> <p>-Actitud ética frente al uso de información y manejo de datos.</p> | | <p>-Guías de trabajo</p> <p>-Evaluación Escrita</p> <p>40%</p> | | |
|--|---|--|--|--|--|



| | | | | | |
|---|--|--|--|-----------|-----------|
| <p>RA3: Interpreta resultados de convergencia de variables aleatorias (casi segura, probabilidad, media cuadrática y distribución), así como elementos de esperanza condicional para la resolución de problemas.</p> | <p>Conceptuales:</p> <p>-Resultados de convergencia y sus órdenes: Definiciones y propiedades básicas. Teorema de Slutsky. Teoremas de Helly-Bray y tightness. Convergencias en espacios métricos. - Relación entre los distintos tipos de convergencias. Teorema de Skorohod y teorema del mapeo continuo. - Método de los momentos y convergencia de momentos. Estimadores consistentes.</p> <p>-Funciones características: Definición. Fórmulas de inversión. Teorema de continuidad de Levy-Cramer.</p> <p>- Teorema central del límite: Teoremas de Lindeberg-Feller. Distribuciones estables. Distribuciones infinitamente divisibles. Refinamiento y extensiones del Teorema central del</p> | <p>- Clases expositivas.</p> <p>-Resolución de ejercicios y problemas.</p> <p>-Discusión grupal de paper y documentos científicos.</p> | <p>-Argumenta con criterio técnico la importancia de función característica y esperanza condicional.</p> <p>-Interpreta resultados asociados con la fórmula de inversión.</p> <p>-Analiza paper sobre elementos de probabilidad, exponiendo y discutiendo las ideas principales así como su relevancia para la disciplina.</p> <p>-Demuestra teoremas generales sobre convergencia y otros.</p> <p>A través de:</p> <p>- Test</p> <p>- Guía de trabajo</p> <p>-Evaluación Escrita</p> <p>40%</p> | <p>25</p> | <p>68</p> |
|---|--|--|--|-----------|-----------|



| | | | | |
|---|--|--|--|--|
| <p>límite. Teorema de Berry-Esseen.</p> <p>- Esperanza condicional y probabilidad condicional: Esperanza condicional, definiciones y ejemplos. Teoremas de convergencia. Probabilidad condicional.</p> <p><u>Procedimentales:</u></p> <p>-Interpretación de conceptos función característica, convergencia de variables aleatorias (casi segura, en probabilidad y en media cuadrática)</p> <p>-Demostración de teoremas incluidos en los contenidos conceptuales.</p> <p>-Resolución de problemas esperanza condicional, teoremas de Lindeberg-Feller.</p> <p><u>Actitudinales:</u></p> <p>-Disposición al trabajo colaborativos en instancias de discusión sobre tópicos abordados.</p> <p>Actitud ética frente al uso de información y</p> | | | | |
|---|--|--|--|--|



| | | | | | |
|--|------------------|--|--|--|--|
| | manejo de datos. | | | | |
|--|------------------|--|--|--|--|

IV. BIBLIOGRAFÍA

Fundamental:

- Ash, R. B., & Doleans-Dade, C. (2000). *Probability and measure theory*. Academic Press.
- Billingsley, P. (2013). *Convergence of probability measures*. John Wiley & Sons.
- Durrett, R. (2010). *Probability: theory and examples*. Cambridge university press.
- James, B. R. (2004). Probabilidade: um curso em nível intermediário. 3a ed. Rio de Janeiro: IMPA.
- Resnick, S. I. (2013). *A probability path*. Springer Science & Business Media.

Complementaria:

- Athreya, K.B., and Lahiri, S.N., (2006). *Measure Theory and Probability Theory*. Springer-Verlag, New York.
- Breiman, L., (1992). *Probability*, SIAM.
- Feller, W. (2008). *An introduction to probability theory and its applications* (Vol. 2). John Wiley & Sons
- Van der Vaart, A.W., (1998). *Asymptotic Statistics*. Cambridge University Press.
- Van der Vaart, A.W. and Wellner, J.A., (1996). *Weak Convergence and Empirical Processes*. Springer-Verlag, New York.