

ANÁLISIS DE LA MEGACEFALIA DEMOGRÁFICA URBANA MEDIANTE LEYES DE ZIPF Y DE POTENCIA

URBAN DEMOGRAPHIC ANALYSIS BY USING ZIPF AND POTENCE LAWS

JUAN L. HERNÁNDEZ SÁNCHEZ

Departamento de Electrónica, Universidad Técnica Federico Santa María,
Casilla 110-V, Valparaíso, Chile, jhs@elo.utfsm.cl

RESUMEN

Se considera primeramente el problema de la excesiva concentración de población en ciudades principales que presentan diversos países, Chile en particular, al cual se le denomina "megacefalia demográfica urbana". Se observa luego que esta anomalía es más común en países en desarrollo y que, usualmente, no se presenta en los países desarrollados naturalmente. Para evaluar el grado de este tipo de anomalía se propone aplicar como criterios la Ley Básica Zipf y otras leyes de potencia. Se incluyen ejemplos diversos. No se discuten las causas ni los efectos del fenómeno, salvo por observaciones generales necesarias.

PALABRAS CLAVES: Distribución demográfica real e ideal, Concentración urbana anormal, Leyes de Zipf, Leyes de potencia.

1. INTRODUCCION

Las ciudades de cualquier país pueden ser ordenadas según algún criterio de prioridad, de los cuales el más común y directo es el basado en su número de habitantes, como es usual en enciclopedias y almanaques. Por ejemplo, en orden (rank) de número de habitantes las cinco primeras ciudades de Estados Unidos de América son Nueva York, Los Angeles, Chicago, Houston y Filadelfia. Algunos ordenamientos alternativos podrían basarse en capital instalado, número de universidades, cifra de conexiones a Internet, superficie urbana, número de automóviles y otros. En este trabajo interesa el criterio de prioridad basado en el número de habitantes.

La urbe más poblada de un país será llamada ciudad principal y se le asignará el rango

1. Las siguientes ciudades serán sucesivamente, de rangos 2, 3, ..., n. En muchos países la ciudad principal es también su capital política, como, por ejemplo, en Chile, Francia e Italia.

Desde hace mucho tiempo se ha observado que la población de la k-ésima ciudad está relacionada con alguna función del recíproco de k, esto es $1/k$ o k^{-1} . En el caso más directo y simple la población de la ciudad k-ésima es, con buena aproximación, proporcional a k^{-1} , y ésta es conocida como Ley de Zipf.

Según esta ley, las poblaciones de las ciudades serían, sucesivamente, proporcionales a los números 1, $1/2$, $1/3$, $1/4$.

En muchas naciones, principalmente las desarrolladas, como EE.UU. por ejemplo, la distribución de población entre las ciudades cumple bien la Ley de Zipf. Además,

en esas naciones la razón entre la población de la ciudad principal y la total del país es baja, comparativamente. Por ejemplo, la razón (Nueva York/EE.UU.) es de (7,5 millones/274 millones) = 0,027.

En contraste, en otras naciones, usualmente las subdesarrolladas, la distribución de población se aleja mucho de la Ley de Zipf y la ciudad principal tiene una población demasiado grande, a veces descomunal, comparada con el número total de habitantes del país.

Por ejemplo, en Chile, la población total es de 14,8 millones y la de Santiago es de 5,1 millones y la razón (Santiago/Chile) es de 0,345. Así, de cada 100 chilenos 35 viven en Santiago. En proporción Zipf a Santiago, la segunda ciudad chilena, Concepción-Talcahuano, debería tener 2,5 millones de habitantes, pero sólo tiene 612.000.

Este fenómeno, de una ciudad principal excesivamente poblada en relación al número de habitantes de un país, es llamado aquí "megacefalia demográfica urbana".

En este trabajo se analiza, como se dijo antes, la megacefalia demográfica, particularmente la de Chile, mediante la Ley Básica de Zipf y de otras leyes de potencia. No se estudian las causas y efectos de ese fenómeno, salvo por comentarios generales obvios.

2. INDICADOR DIRECTO DE CONCENTRACION URBANA EXCESIVA

Como se dijo antes, un indicador directo de la megacefalia demográfica de un país es justamente el índice poblacional, I_p , definido como:

$$I_p = \frac{N_{cp}}{N_p} \quad (1)$$

donde: N_{cp} , número de habitantes de la ciudad principal; N_p , número de habitantes del país.

Algunos ejemplos son: Alemania (0,04); Argentina (0,22); Brasil (0,10); Colombia (0,17); Chile (0,35); Egipto (0,15); EE.UU (0,03); España (0,06); Francia (0,15); Indonesia (0,05); Italia (0,05); Japón (0,09); México (0,15); Perú (0,24); Reino Unido (0,12); Rusia (0,06).

Estas cifras, entre otras, permiten apreciar la extraordinaria megacefalia demográfica de Chile, en comparación con la de otros países "monocefálicos", entendiéndose por tales aquellos en los que hay una ciudad principal claramente diferenciada.

Incluso con estas cifras simples se pueden formular diversas consideraciones. Aunque en Argentina predomina la ciudad de Buenos Aires dicha situación, en términos comparativos de población, no es tan considerable como la de Santiago/Chile. Algo similar ocurre con Lima/Perú. Aun en Japón y México, donde las ciudades de Tokio y México son extraordinariamente pobladas, los índices son de 0,15, lo que indica una adecuada distribución de habitantes entre las otras ciudades, y zonas rurales, de esas naciones.

Si se aplica el índice I , de (1), como regla proporcional, se obtienen, para Chile, algunas cifras absurdas. Como ejemplo, con un índice de 0,14, Santiago (5,1 millones) podría ser la ciudad principal de algún país ficticio de 37 millones (del orden de Argentina o Colombia).

Como otro ejemplo, dado que Chile tiene una población de 14,8 millones, con un índice I razonable de 0,14, Santiago debería tener unos 2 millones de habitantes. Esto es como el promedio entre Madrid y Barcelona, dado que hay pocas ciudades de 2 millones en el mundo. Nagoya (Japón) y Curitiba (Brasil) tienen aproximadamente poblaciones de ese orden.

El índice I_p , de (1), básico para comparaciones entre países, no es apropiado para la distribución de la población urbana den-

tro de un mismo país. Esto se discute en la sección 3, que sigue.

3. DISTRIBUCION DE POBLACION ENTRE CIUDADES

El índice I_p . (ciudad principal)/(país), es muy simple y directo pero no toma en cuenta la distribución de población de un país entre todas sus ciudades, la que podría ser aceptablemente proporcionada, o, por el contrario, muy concentrada en una ciudad. En una nación podría haber, además de la ciudad principal, otras con poblaciones importantes, comparativamente. Por ejemplo, Río de Janeiro tiene una población (9 millones) comparativamente del orden de la de Sao Paulo (15 millones). En tales países hay una adecuada distribución de la población.

En contraste, en otras naciones puede que no existan ciudades con un número de habitantes del orden de la principal. Este es el caso de Chile en que, como se indicó, Concepción/Talcahuano tiene una población, 0,6 millones, muy lejana en orden a la de Santiago, 5,1 millones.

Como otro ejemplo, la segunda ciudad de Japón, Yokohama (3,4 millones), difiere mucho de Tokio (11,7 millones) en población. Asimismo, las poblaciones de las segundas ciudades de Francia, Reino Unido, Argentina, Perú, entre otras naciones, son de orden muy inferior a las de sus respectivas ciudades principales.

Surge el problema de determinar alguna regla o criterio que represente una “distribución óptima o ideal” de la población entre las ciudades de un mismo país. Esta distribución ideal puede ser obtenida con base en diversos criterios, cada uno de los cuales tiene ventajas y desventajas y son subjetivos y discutibles, por lo que no serán enunciados aquí. Sólo se consideran en este artículo, como se dijo, la Regla Básica de Zipf y algunas otras y reglas de potencia.

En lo que respecta a este trabajo, se llega a dichas reglas desde dos direcciones. Primeramente, Zipf y sus seguidores notaron que las ciudades de EE.UU. tienen poblaciones que son proporcionales, aproximadamente, a $1/k$, donde $k=1,2,3,\dots$, denota el rango de la ciudad, en orden a su número real de habitantes, como se indicó en la sección 1.

Por otra parte, al estudiar los diversos países se nota que en aquellos que se han desarrollado en “forma geográficamente natural” la distribución de habitantes entre las ciudades es aproximadamente Zipf. Entre esas naciones se encuentran, por ejemplo, EE.UU., Rusia, Alemania, Brasil, Australia, entre otros.

En Rusia, por ejemplo, dada la extensión de su territorio y razones históricas, las diversas ciudades, tales como Moscú, San Petersburgo, Nizhny Novgorod, Novosibirsk, Yekaterimburgo, Samara, Perm, Rostov, y otras, evolucionaron en forma relativamente independiente y cumplen bien la Ley de Zipf Básica (LZB). Las ciudades alemanas, aunque cercanas unas de otras, evolucionaron independientemente desde, al menos, la Edad Media, y también cumplen bien la LZB.

En naciones jóvenes y extensas, como EE.UU., Australia y Brasil, el desarrollo de las ciudades fue relativamente natural e independiente y sus poblaciones obedecen bien la LBZ.

En contraste, en muchos otros países, desde tiempos remotos, medievales o coloniales se favoreció el crecimiento de ciertas ciudades, en demasía o en detrimento de otros centros urbanos.

Así, desde sus inicios ciudades como Londres y París concentraron bastante población, y en el Reino Unido y Francia no se cumple la LBZ, pero sí otras leyes de potencia, o de Zipf modificadas. En general, en los países que fueron colonias de España las concentraciones urbanas de población difieren

mucho de la LZB y hay “megacefalia demográfica urbana” de diverso grado. Esto se podría explicar por el hecho de que ciudades como Santiago, Buenos Aires, Lima y otras fueron “favorecidas”, relativamente, desde los tiempos coloniales, y han seguido así hasta ahora. España misma, por el contrario, cumple bien una Ley de Zipf levemente modificada.

Estas observaciones son sólo superficiales, para los propósitos de este trabajo, y no pretenden ser sociológica, demográfica o históricamente rigurosas.

Cabe agregar que en casi todos los países el orden de las ciudades, en rango de población, prácticamente no cambia decenalmente. Una excepción importante es EE.UU. En 1960 el orden de las principales ciudades era Nueva York, Chicago, Detroit, Baltimore, Houston, Cleveland, pero actualmente el orden es Nueva York, Los Angeles, Chicago, Houston, Filadelfia, San Diego, Dallas, Phoenix, Detroit, San Antonio. Algunas ciudades del este han reducido bastante sus poblaciones, como Nueva York, Chicago y Filadelfia. Sin embargo, se ha mantenido la LZB.

En el caso de Chile, en que no se cumple la LZB, también ha cambiado el orden de las ciudades, durante uno o dos decenios. Por ejemplo, Viña del Mar/Valparaíso fue relegada del segundo al tercer lugar por Concepción/Talcahuano, 605 mil contra 612 mil habitantes.

En la sección 4 se consideran las Leyes de Zipf y de potencia.

4. LEYES DE ZIPF Y DE POTENCIA

G. K. Zipf observó, hacia 1925, que la frecuencia de ocurrencia de algún evento, E , como función del rango k , cuando el rango es determinado por dicha frecuencia de ocurrencia, es una función de ley de potencia del tipo

$$E = Kk^{-\alpha} \quad (2)$$

donde α es un exponente positivo cercano a la unidad. K es una constante que depende del tipo de evento. En el caso de Ley de Zipf Básica, LZB, α es tomada como 1.

Zipf era profesor de lingüística y su ejemplo más famoso consiste en la frecuencia de palabras inglesas. Por ejemplo, en un texto largo, las palabras “the”, “of” y “to” podrían aparecer A , B y C veces, respectivamente, que serían proporcionales a 1, $1/2$ y $1/3$, aproximadamente, tal como en (2) con $\alpha = 1$.

Otro ejemplo de Zipf se refiere a la población de ciudades, como se explicó antes en este artículo. Por ejemplo, las ciudades más pobladas de EE.UU. tenían en 1998 los siguientes millones de habitantes, redondeados a dos decimales: Nueva York, 7,42; Los Angeles, 3,60; Chicago, 2,80; Houston, 1,80; Filadelfia, 1,44; San Diego, 1,22. Estas poblaciones son proporcionales a: 1; 0,49; 0,38; 0,24; 0,19; 0,16. Se aprecia que estas cifras cumplen bastante bien la relación (2) con $\alpha = 1$. Es posible mejorar la aproximación con un α más preciso y, para mayor facilidad conviene graficar los logaritmos de los valores, tal como

$$\text{Log } E = \text{log} K - \alpha \text{ log } k \quad (3)$$

que es una recta con pendiente $-\alpha$ en escala log-log.

Se debe notar que estas leyes no representan densidades probabilísticas, ya que la suma de éstas debe ser igual a 1. Para lograr probabilidades habría que saber el mayor k al que se desea llegar. En el ejemplo de las ciudades habría que descartar, por razones obvias, aquellas ciudades o aldeas pequeñas. Si, por ejemplo, hubiera sólo 5 ciudades con frecuencias 1, $1/2$, $1/3$, $1/4$, $1/5$, cuya suma es $137/60$, las respectivas probabilidades serían: 0,438; 0,219; 0,146; 0,109; 0,088. Nótese que la suma de estas probabilidades es 1.

A veces se distinguen dos Leyes de Zipf,

una para eventos raros (como en poblaciones) y otra para eventos comunes (como en cualquier idioma).

Varias leyes de estos tipos han sido asociadas con diversos investigadores, desde S. Newcomb en 1881. Otros nombres son: Pareto; Banford; Estoup; Willis; Yule; Mandelbrot; y otros.

En la naturaleza hay muchos ordenamientos que pueden ser analizados con leyes de potencia.

Por ejemplo, en geografía se aprecia que hay: pocas montañas altas y muchos cerros; escasos lagos grandes y demasiadas lagunas; ciertos ríos largos o caudalosos y muchos riachuelos; y así sucesivamente. Ordenando estos accidentes por altura, extensión o largo, según el caso, se pueden plantear (Pareto) probabilidades de que tal altura, extensión o largo sea excedido.

Algo similar sucede con diversas actividades humanas. Por ejemplo, hay: pocos millonarios y muchos pobres; algunos evasores importantes de impuestos pero abundantes otros de poca monta; sitios de Internet muy concurridos pero demasiados otros sin muchos visitantes; y así otros.

5. ALGUNAS MODIFICACIONES DE LAS LEYES DE ZIPF

En esta sección se recopilan algunas leyes que sirven para aproximar, por ejemplo, casos de distribución de poblaciones, o de otras áreas, que escapan a las Leyes Básicas de Zipf. Así, hay varias cumbres (Himalayas, por ejemplo) relativamente parecidas, o ríos de largo casi similar (Nilo, Amazonas, Yangtze), o varios millonarios con fortunas del mismo orden, entre muchos ejemplos que se podría mencionar.

Un problema interesante en el estudio de poblaciones es el de los países “multicefálicos”, que son los que tienen dos o más ciudades grandes similares. En China están

Shangai (7,5), Beijing (5,8), Tianjin (4,6), Shenyang (3,6), y otras, donde las cifras entre paréntesis son de millones de habitantes. No se cumple la LZB pero sí una modificación de ella.

En el caso de India están Calcuta (11,67), Bombay (9,93), Delhi (9,88), Madrás (5,91), y Hyderabad (5,34), con aún menor acomodo a una LZB.

Algunas modificaciones de la LZB son:

$$E = K(k+A)^{-\alpha} \quad (4)$$

donde A es una constante, que depende del caso, K es una constante de proporcionalidad y α puede ser 1, 2, 3 o más, según sea menester.

Este tipo de leyes de potencia, u otros, puede ser empleado para representar frecuencias “anómalas” en poblaciones u otras áreas o aplicaciones.

6. MEGACEFALIA DEMOGRAFICA URBANA EN CHILE

Las ciudades chilenas más pobladas son: Santiago (5.077 miles de habitantes); Concepción-Talcahuano (611); Viña del Mar-Valparaíso (604); Temuco (239); Antofagasta (243); San Bernardo (223); Rancagua (202); Arica (178); Talca (174).

Estas cifras reiteran la extraordinaria concentración de la población chilena en Santiago, lo que ya fue analizado con el indicador I, de (1), y se obtuvo una cifra “razonable” de 200.000 habitantes para Santiago, con un índice de 0,14.

Según la Ley de Zipf Básica (LZB) dicha cifra aún es muy alta. Si se adopta Concepción-Talcahuano como base, la LZB indica que Santiago debería tener 1.222.000 habitantes, idealmente, con un índice de I_p igual a 0,08, como el de Japón. Si se adopta Viña del Mar-Valparaíso como base, Santiago debería tener, idealmente, 1.812.000 habi-

tantes, lo que corresponde a un I_p de 0,12, como el del Reino Unido.

Desde Temuco, las ciudades menores siguen aproximadamente una Ley de Zipf con leve modificación. Sin embargo, cabe notar que San Bernardo es casi parte de Santiago. Hay considerables concentraciones de habitantes en Concepción-Talcahuano, lo que es aceptable como polo de atracción hacia el medio sur, y Viña del Mar-Valparaíso, lo que es peligroso por su gran cercanía a Santiago. Claramente, la capital se acerca a esas ciudades de la Quinta Región.

Si se considera como ideal una distribución tipo Zipf o de potencia, habría mucha labor a realizar para despoblar Santiago y la zona central y poblar más los extremos del país, lo que es obvio por simple inspección. La LZB, u otra, proporciona sí un patrón, o paradigma, ideal hacia el cual se debería ir adaptando el crecimiento de la nación, lo que es tarea de políticos, demógrafos, politólogos, sociólogos y otros profesionales, y de los gobiernos futuros.

7. CONCLUSIONES

En los países desarrollados, o que han evolucionado en forma natural, la distribución de población entre las ciudades obedece bien la Ley de Zipf Básica (LZB), según la cual la población de una ciudad es proporcional al inverso de su número de rango. A la ciudad principal (en número de habitantes) se le asigna rango 1 y las demás son de rango 2, 3, 4, y así sucesivamente. Se observa además que la población de la ciudad principal es una fracción pequeña del número de habitantes de su nación.

Pero en los países en desarrollo se observa una concentración exagerada de la población nacional en su ciudad principal, que ha sido favorecida por razones históricas, económicas, sociales u otras. Este fenómeno es denomi-

nado “megacefalia demográfica urbana”. La contribución del trabajo radica en el uso de la LZB, u otras leyes de potencia, para evaluar, o justipreciar, dicho fenómeno.

El fenómeno es descomunal en Chile, donde el 35 por ciento, o más, de sus habitantes reside en Santiago, la ciudad principal y donde la distribución de población entre ciudades se aleja excesivamente de la LZB. La LZB y otras leyes de potencia constituyen un modelo ideal al cual podría adaptarse el futuro incremento demográfico del país.

Las causas y efectos de la excesiva o descomunal concentración de la población chilena en Santiago son muy conocidos y no han profundizados en el trabajo, por estar fuera del tema y de la competencia profesional del autor. Sin embargo, en el artículo se han intercalado comentarios generales pertinentes.

BIBLIOGRAFIA

- ALMANAQUE MUNDIAL 2001, México DF: Televisa.
- S. NEWCOMB (1881). Note on the frequency of use of the different digits in natural numbers, *American Journal of Mathematics*, 4, pp. 39-40.
- F. BENFORD (1938). The law of anomalous numbers, *Proc. American Phil. Society*, 78, pp. 551-572.
- J. BENKE, E. KINCANON (1991). Benford's law and physical constants: the distribution of initial digits, *American Journal of Physics*, 14, pp. 59-63.
- T. P. HILL (1998). The first digit phenomenon, *American Scientist*, 86, 358-363.
- W. LI (1992). Random texts exhibit Zipf's-law-like word frequency distribution, *IEEE Trans. On Information Theory*, 38, pp. 1842-1845.
- B. B. MANDELROT (1977). The fractal geometry of nature, New York Freeman.
- M. Schroeder (1991). *Fractals, Chaos, Power Laws*, New York: Freeman.
- G. K. Zipf (1935). *Psycho-Biology of Languages*, Boston: Freeman.
- V. Pareto (1897). *Cours d'économie politique*, Paris: Rouge.